NUH-2011

ক-বিভাগ

১। (ক) একটি ভেক্টর ফাংশনের উপাদানগুলো কি কি? [What are the components of a vector function?] **[Ch-1: Quiz-3]**

(খ) $\mathbf{r}(t)=(2\sin t)\mathbf{i}+2(\cos t)\mathbf{j}$ ভেক্টর ফাংশনের ডোমেন কত? [What is the domain of the vector function $\mathbf{r}(t)=(2\sin t)\mathbf{i}+2(\cos t)\mathbf{j}$?] **[Ch-1: Quiz-8]**

(গ) $s=10\psi$ বক্ররেখার বক্রতা নির্ণয় কর। [Find the curvature of the curve $s=10\psi$] **[Ch-2: Quiz-5]**

(ঘ) $y^4+x^3+a(x^2+y^2)-a^2y=0$ সমীকরণের মূলবিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ কত? [What is the equation of tangent at origin for the equation $y^4+x^3+a(x^2+y^2)-a^2y=0$?] **[Ch-2: Quiz-16]**

(ঙ) $f(x,y)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ ফাংশনটি কি $(0,0)$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্ন? [Is the function $f(x,y)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ continuous at the point $(0,0)$] **[Ch-3: Quiz-7]**

(চ) $\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3$ সমমাত্রিক ফাংশনের মাত্রা কত? [What is the degree of the homogeneous function $\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3$] **[Ch-3: Quiz-9]**

(ছ) $u=\sqrt{x^2+y^2}$ এর জন্য অয়লার উপপাদ্য লিখ। [Write the Euler's formula for $u=\sqrt{x^2+y^2}$] **[Ch-3: Quiz-27]**

(জ) $u=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{z}+\dfrac{z}{x}$ সমমাত্রিক ফাংশনের মাত্রা কত? [What is the degree of the homogeneous function $u=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{z}+\dfrac{z}{x}$] **[Ch-3: Quiz-10]**

(ঝ) টেইলর ধারার সাহায্যে $\tan(x+y)$ এর বিস্তৃতি লিখ। [Write the expand $\tan(x+y)$ by Taylor's series] **[Ch-5: Quiz-7]**

(ঞ) দ্বি-ভিত্তিক ইন্টিগ্রাল দ্বারা সমবস্তুর আয়তন নির্ণয়ের সূত্র লিখ। [Write the formula to find the volume of a solid by double integral] **[Ch-9: Quiz-9]**

(ট) জ্যাকোবিয়ান-এর সংজ্ঞা দাও। [Write the defination of Jacobian] **[Ch-4: Quiz-1]**

(ঠ) দিক অন্তরক-এর সর্বোচ্চ মান কি? [What is the maximum value of the directional derivative?] **[Ch-11: Quiz-8]**

(ড) ভেক্টর ফাংশনের সীমা কাকে বলে? [What is called limit of a vector function?] **[Ch-1: Quiz-9]**

(ড) যদি $F(x)=(x,x^2,x^3)$ হয়, তবে $\mathbf{F}'(x)$ কত? [If $F(x)=(x,x^2,x^3)$, then what is $\mathbf{F}'(x)$?] **[Ch-1: Quiz-23]**

(ণ) শূন্য বক্রতা বলতে কি বুঝ? [What is meant by zero curvature?] **[Ch-2: Quiz-6]**

(ত) $y=f(x)$ ব্যক্ত সমীকরণের ক্ষেত্রে বক্রতা নির্ণয়ের সূত্র লিখ। [Write the formula to find the curvature for explicit equation $y=f(x)$] **[Ch-2: Quiz-7]**

(থ) স্পর্শক ও ব্যাসার্ধ ভেক্টরের অন্তর্গত কোণ ϕ হলে $\sin\phi$ কত? [If ϕ be the angle between tangent and radius vector, then what is $\sin\phi$?] **[Ch-2: Quiz-21]**

(দ) স্পর্শকীয় পোলার সমীকরণ কাকে বলে? [What is the tangential polar equation?] **[Ch-2: Quiz-10]**

(ধ) জ্যামিতিকভাবে $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ কি প্রকাশ করে? [What does $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ representes in geometrically?] **[Ch-2: Quiz-25]**

(ন) সন্ধি বিন্দু কাকে বলে? [What is called critical point?] **[Ch-6: Quiz-7]**

(প) স্যাডল বিন্দু কি? [What is saddle point?] **[Ch-6: Quiz-8]**

(ফ) $x=0, x=1\, y=0, y=1$ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকার ক্ষেত্রফল কত? [What is the area of a region which bounded by $x=0, x=1\, y=0, y=1$?] **[Ch-9: Quiz-4]**

(ব) $\text{div}(\text{curl}\,\mathbf{A})$ এর মান কত? [What is the value of div $\text{div}(\text{curl}\,\mathbf{A})$?] **[Ch-11: Quiz-9]**

(ভ) গ্রীনের উপপাদ্যের ভেক্টর আকার লিখ। [Write down the vector form of Green's theorem] **[Ch-13: Quiz-2]**

খ-বিভাগ

২। (ক) ভেক্টর মান ফাংশনের সংজ্ঞা দাও। যদি তিন মাত্রার জগতে $\mathbf{r}(t)$ একটি ভেক্টর মান ফাংশন হয় তবে দেখাও যে, $\mathbf{r}(t)$ এর অন্তরক সহগ $\mathbf{r}'(t)=\lim_{h\to 0}\frac{\mathbf{r}(t+h)-\mathbf{r}(t)}{h}$ দ্বারা প্রকাশ করা যায় যদি ইহার সীমা বিদ্যমান থাকে। [Define a vector valued function. If $\mathbf{r}(t)$ is a vector valued function in 3-space then show that the derivative of $\mathbf{r}(t)$ can be expressed as $\mathbf{r}'(t)=\lim_{h\to 0}\frac{\mathbf{r}(t+h)-\mathbf{r}(t)}{h}$] **[Ch-1: Quiz-2, Th-2]**

(খ) $(1,0,0)$ বিন্দু থেকে $(1,0,2\pi)$ বিন্দু পর্যন্ত বৃত্তকার হ্যালিক্সের ভেক্টর সমীকরণ $\mathbf{r}(t)=\cos t\,\mathbf{i}+\sin t\,\mathbf{j}+t\,\mathbf{k}$ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [Find the length of the arc of the circular helix with vector equation $\mathbf{r}(t)=\cos t\,\mathbf{i}+\sin t\,\mathbf{j}+t\,\mathbf{k}$ from the point $(1,0,0)$ to $(1,0,2\pi)$] **[Ch-1: Prob-33]**

৩। (ক) $y=f(x)$ বক্ররেখার যেকোনো বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [Find the radius of curvature at any point of the curve $y=f(x)$] **[Ch-2: Art-2.3.1(a)]**

(খ) নিম্নবর্ণিত বক্ররেখার $(2,4)$ বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ বের কর [Find the radius of carvature of the following curve at the point (2, 4)]:

$x^2-xy+4=0$ **[Ch-2: Prob-11]**

৪। (ক) প্রমাণ কর যে, $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{2x^2y}{x^4+y^2}$ এর সীমা বিদ্যমান নাই। [Prove that $\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{2x^2y}{x^4+y^2}$ does not exists] **[Ch-3: Prob-2]**

(খ) যদি $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & \text{যখন } (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & \text{যখন } (x,y)=(0,0)\end{cases}$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয়, তবে দেখাও যে, ফাংশনটি $(x,y)=(0,0)$ বিন্দুতে বিচ্ছিন্ন।

[If $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & \text{when } (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & \text{when } (x,y)=(0,0)\end{cases}$ then prove that function at $(x,y)=(0,0)$] **[Ch-3: Prob-14]**

৫। (ক) দুই চলকের সমমাত্রিক ফাংশনের অয়লারের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Euler's theorem on homogeneous function of two variables] **[Ch-3: Art-3.8]**

(খ) যদি $u=\ln\frac{x^4+y^4+x^2y^2}{x+y+\sqrt{xy}}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=3$।

[If $u=\ln\frac{x^4+y^4+x^2y^2}{x+y+\sqrt{xy}}$, then prove that $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=3$] **[Ch-3: Prob-36]**

৬। (ক) দুই চলকের জন্য টেইলরের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Taylor's theorem for a function of two variables] **[Ch-5: Art-5.1]**

(খ) টেলরের উপপাদ্য ব্যবহার করে $f(x,y)=x^2+xy+y^2$ কে $(x-1)$ এবং $(y-2)$ ঘাতে বিস্তৃত কর। [Use Taylor's theorem to expand $f(x,y)=x^2+xy+y^2$ in powers of (x-1) and (y-2)] **[Ch-5: Prob-8]**

৭। (ক) $\int_0^a\int_0^x\int_0^y z\,dz\,dy\,dx$ এর মান নির্ণয় কর। [Evaluate $\int_0^a\int_0^x\int_0^y z\,dz\,dy\,dx$] **[Ch-7: Prob-24]**

(খ) $x+y+z=3a$ শর্ত সাপেক্ষে $x^2+y^2+z^2$ ফাংশনের লঘিষ্ঠ মান নির্ণয় কর। [Find the minimum value of the function $x^2+y^2+z^2$ subject to the condition $x+y+z=3a$] **[Ch-6: Prob-20(ii)]**

৮। (ক) $z=5x^2+5y^2$ এবং $z=6-7x^2-y^2$ প্যারাবলয়েড দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় কর। [Find the volume of the solid enclosed between the paraboloids $z=5x^2+5y^2$ and $z=6-7x^2-y^2$] **[Ch-9: Prob-50]**

(খ) দ্বিভিত্তিক ইনটিগ্রাল ব্যবহার করে $r=\cos 2\theta$ এর চারটি গোলাপ পাপড়ির একটি লুপের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [Use a double integral to find the area enclosed by one loop of the four leaved rose $r=\cos 2\theta$]

[Ch-9: Prob-20]

৯। (ক) দিরিশলে এর উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Dirichlet's theorem] **[Ch-10: Art-10.1]**

(খ) প্রমাণ কর যে, $\nabla\times(\nabla\times\mathbf{A})=\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A})-\nabla^2\mathbf{A}$ । [Prove that $\nabla\times(\nabla\times\mathbf{A})=\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A})-\nabla^2\mathbf{A}$] **[Ch-11: Art-11.2(xv)]**

গ-বিভাগ

১০। (ক) $\mathbf{F}(t)=(1-t)\mathbf{i}+\sqrt{t}\mathbf{j}-\frac{1}{t-2}\mathbf{k}$ ভেক্টর ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর এবং $\mathbf{F}(0)$ এর মান নির্ণয় কর। $t=-1$ বিন্দুতে কি ফাংশনের মান বিদ্যমান? [Find the domain of the vector function $\mathbf{F}(t)=(1-t)\mathbf{i}+\sqrt{t}\mathbf{j}-\frac{1}{t-2}\mathbf{k}$ and also find the value of $\mathbf{F}=(0)$. Is the functional value exists at $t=-1$?] **[Ch-1: Prob-5(iv)]**

(খ) $\mathbf{F}(t)=(\sin\pi t)\mathbf{i}+(\cos 2\pi t)\mathbf{j}, 0\le t\le 0.5$ ভেক্টর ফাংশনের লেখচিত্র অংকন কর। [Sketch the graph of the vector function $\mathbf{F}(t)=(\sin\pi t)\mathbf{i}+(\cos 2\pi t)\mathbf{j}, 0\le t\le 0.5$] **[Ch-1: Prob-11(n)]**

১১। যদি $u^3=xyz, \frac{1}{v}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}, w^2=x^2+y^2+z^2$ হয় তবে দেখাও যে, $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}=-\frac{v(y-z)(z-x)(x-y)(x+y+z)}{3u^2w(yz+zx+xy)}$ । [If $u^3=xyz$, $\frac{1}{v}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}, w^2=x^2+y^2+z^2$ then show that $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}=-\frac{v(y-z)(z-x)(x-y)(x+y+z)}{3u^2w(yz+zx+xy)}$] **[Ch-4: Prob-3]**

১২। $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{5}+\frac{z^2}{25}=1$ এবং $z=x+y$ শর্ত সাপেক্ষে $x^2+y^2+z^2$ এর গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ মান নির্ণয় কর। [Find the maximum and minimum values of $x^2+y^2+z^2$ subjects to the condition $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{5}+\frac{z^2}{25}=1$ and $z=x+y$] **[Ch-6: Prob-19]**

১৩। (ক) দুই চলকের চেইন রুল বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove chain rule for two variables] **[Ch-3: Art-3.10]**

(খ) যদি $u=\sin^{-1}\frac{x+y+z}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে [If $u=\sin^{-1}\frac{x+y+z}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}$ then prove that],

$$x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}+z\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{1}{2}\tan u$$ **[Ch-3: Prob-34]**

১৪। মান নির্ণয় কর (যে কোন দুইটি) [Evaluate (any two)]:

(i) $\int_0^1\int_0^1\int_0^1 e^{x+y+z}\,dx\,dy\,dz$ **[Ch-7: Prob-21]**

(ii) $\int_0^3\int_{1/x}^1\int_0^{\sqrt{xy}} xyz\,dz\,dy\,dx$ **[Ch-7: Prob-22]**

(iii) $\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} xyz\,dz\,dy\,dx$ **[Ch-7: Prob-33]**

(iv) $\int_0^a\int_0^{a-x}\int_0^{a-x-y} x^2\,dz\,dy\,dx$ **[Ch-7: Prob-25]**

১৫। মান নির্ণয় কর $\iint_R \sin\left(4x^2+9y^2\right)dA$ যেখানে R এলাকাটি এক-চতুর্থাংশে $4x^2+9y^2=1$ উপবৃত্তে এবং স্থানাঙ্ক অক্ষ দ্বারা আবদ্ধ। [Evaluate $\iint_R \sin\left(4x^2+9y^2\right)dA$, where R is the region by the ellipes $4x^2+9y^2=1$ in the first quadrant enclosed and the co-ordinate axes] **[Ch-10: Prob-6]**

১৬। স্টোক্সের উপপাদ্য বর্ণনা কর ও প্রমাণ কর। [State and prove Stoke's theorem] **[Ch-13: Art-13.6]**
