NUH-2012

ক-বিভাগ

১। (ক) দুই চলকবিশিষ্ট ফাংশনের পুনরাবৃত্তিক লিমিট কি? [What is the iterated limit of a function of two variables?] **[Ch-3: Quiz-4]**

(খ) কোন শর্তে $\frac{\partial u}{\partial x}$ এবং $\frac{du}{dx}$ সমান হবে? [In what condition $\frac{\partial u}{\partial x}$ and $\frac{du}{dx}$ are equal?] **[Ch-3: Quiz-16]**

(গ) $\mathbf{u}=u(x,y)$ এবং $\mathbf{v}=v(x,y)$ ফাংশনদ্বয়ের জ্যাকোবিয়ান কত? [What is the Jacobean of two functions $\mathbf{u}=u(x,y)$ and $\mathbf{v}=v(x,y)$?] **[Ch-4: Quiz-4]**

(ঘ) $x^2+y^2+z^2=1$ গোলকের আয়তন নির্ণয় করতে পুনরাবৃত্ত ইনটিগ্র্যাল লিখ। [Write the iterated integral to find volume of the sphere $x^2+y^2+z^2=1$.] **[Ch-9: Quiz-8]**

(ঙ) ভেক্টর ফাংশনের কার্ল বলতে কি বুঝ? [What do you mean by Curl of a vector function?] **[Ch-11: Quiz-4]**

(চ) $\mathbf{r}=\mathbf{i}x+\mathbf{j}y+\mathbf{k}z$ হলে $\nabla\cdot\mathbf{r}$ কত? [If $\mathbf{r}=\mathbf{i}x+\mathbf{j}y+\mathbf{k}z$, then what is $\nabla\cdot\mathbf{r}$?] **[Ch-11: Quiz-10]**

(ছ) স্টোকসের উপপাদ্যের কার্তেসীয় আকার লিখ। [Write down the Cartesian form of Stoke's theorem.] **[Ch-13: Quiz-5]**

(জ) ভেক্টর মান ফাংশন কি? [What is a vector-valued function?] **[Ch-1: Quiz-2]**

(ঝ) $s=a\tan\psi$ বক্ররেখার বক্রতা ব্যাসার্ধ কত? [What is the radius of curvature of the curve $s=a\tan\psi$?] **[Ch-2: Quiz-8]**

(ঞ) মূলবিন্দুতে $y^2=4x$ পরাবৃত্তের অভিলম্বের সমীকরণ কি হবে? [What is the equation of the normal to the parabola $y^2=4x$ at the origin?] **[Ch-2: Quiz-18]**

(ট) $f(x,y)=\frac{x^{1/5}+y^{1/5}}{x^{1/4}+y^{1/4}}$ সমমাত্রিক ফাংশনের মাত্রা কত? [What is the degree of the homogeneous function $f(x,y)=\frac{x^{1/5}+y^{1/5}}{x^{1/4}+y^{1/4}}$?] **[Ch-3: Quiz-11]**

(ঠ) ফাংশনের সন্ধি বিন্দু কি? [What is the inflection point of function?] **[Ch-6: Quiz-7]**

খ-বিভাগ

২। ভেক্টর ফাংশনের অন্তরক সহগের সংজ্ঞা দাও। $t=2\pi$ বিন্দুতে $\mathbf{F}(t)=(\cos t)\mathbf{i}+(\sin t)\mathbf{j}+\left(\frac{t}{2\pi}\right)\mathbf{k}$ ভেক্টর ফাংশনের অবিচ্ছিন্নতা যাচাই কর। [Define the differential co-efficient of vector function. Verify the continuity of the vector function $\mathbf{F}(t)=(\cos t)\mathbf{i}+(\sin t)\mathbf{j}+\left(\frac{t}{2\pi}\right)\mathbf{k}$ at $t=2\pi$.] **[Ch-1: Art-1.8, Prob-14(i)]**

৩। বক্রতা ব্যাসার্ধের সংজ্ঞা দাও। $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$ বক্ররেখার $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right)$ বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [Define radius of curvature. Find the radius of curvature at $\left(\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right)$ of the curve $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$.] **[Ch-2: Quiz-2, Prob-19]**

৪। যদি $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y^2}{x^4+y^4}, & \text{যখন } (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & \text{যখন } (x,y)=(0,0)\end{cases}$ হয় তবে $(0,0)$ বিন্দুতে $f(x,y)$ এর অন্তরীকরণযোগ্যতা যাচাই কর। [If

$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y^2}{x^4+y^4}, \text{when}(x,y)\neq(0,0)\\ 0\quad, \text{when}(x,y)=(0,0)\end{cases}$ then verify the differentiability of f(x, y) at the point (0, 0).] **[Ch-3: Prob-16]**

৫। যদি $u=\tan^{-1}\dfrac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ হয়, তবে দেখাও যে, $x\dfrac{\partial u}{\partial x}+y\dfrac{\partial u}{\partial y}=\dfrac{1}{4}\sin 2u$. [If $u=\tan^{-1}\dfrac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$, then show that, $x\dfrac{\partial u}{\partial x}+y\dfrac{\partial u}{\partial y}=\dfrac{1}{4}\sin 2u$.] **[Ch-3: Prob-30]**

৬। দুই চলকের ফাংশনের ক্ষেত্রে মধ্যমান উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove mean value theorem for a function of two variables.] **[Ch-5: Art-5.5]**

৭। (ক) দুই চলকবিশিষ্ট ফাংশনের জন্য বর্ণনাসহ টেইলরের উপপাদ্য প্রমাণ কর। [State and prove Taylor's theorem for a function of two variables.] **[Ch-5: Art-5.1]**

(খ) $f(x,y)=\sin(x+y)$ ফাংশনটির টেইলর ধারা নির্ণয় কর। [Find the Taylor's series of two variables for the function $f(x,y)=\sin(x+y)$] **[Ch-5: Prob-2]**

৮। (ক) মান নির্ণয় কর [Evaluate]: $\int_2^0\int_0^{z^2}\int_x^z(x+z)\,dy\,dx\,dz$ **[Ch-7: Prob-31]**

(খ) $4x^2+y^2=4$ শর্তে $f(x,y)=xy$ ফাংশনটির চরম মান নির্ণয় কর। [Find the extreme values of $f(x,y)=xy$ subject to the condition $4x^2+y^2=4$.] **[Ch-6: Prob-16]**

৯। (ক) দিরিশলের উপপাদ্যের সাহায্যে নির্ণয় কর:

$\iiint_R x^2y^2z^2dx\,dy\,dz$, যখন $R=\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2\le 1\}$ [Use Dirichlet's theorem to evaluate $\iiint_R x^2y^2z^2dx\,dy\,dz$, where $R=\{(x,y,z):x^2+y^2+z^2\le 1\}$.] **[Ch-10: Prob-1]**

(খ) যদি ভেক্টর $\mathbf{F}(x,y,z)=(x+2y+az)\mathbf{i}+(bx-3y-z)\mathbf{j}+(4x+cy+2z)\mathbf{k}$ অঘূর্ণায়মান হয় তবে, a,b,c এর মান নির্ণয় কর। [If the vector $\mathbf{F}(x,y,z)=(x+2y+az)\mathbf{i}+(bx-3y-z)\mathbf{j}+(4x+cy+2z)\mathbf{k}$ is irrotational, then find the values of the constants a, b, c.] **[Ch-11: Prob-69]**

গ-বিভাগ

১০। (ক) $y=f(x)$ বক্ররেখার উপর $p(x,y)$ বিন্দুতে বক্রতার কেন্দ্র নির্ণয় কর। [Find the centre of curvature at the point p(x, y) of the curve $y=f(x)$.] **[Ch-2: Art-2.7]**

(খ) $x=a\cos\theta, y=b\sin\theta$ রেখার (x,y) বিন্দুতে বক্রতার কেন্দ্র নির্ণয় কর। [Find the centre of curvature at (x,y) of the curve $x=a\cos\theta, y=b\sin\theta$.] **[Ch-2: Art-2.7 এর Ex-(ii)]**

১১। (ক) যদি $u=f(x,y)$ একটি n ঘাতের সমমাত্রিক ফাংশন হয় তবে দেখাও যে, $x^2\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}+2xy\dfrac{\partial^2u}{\partial y\,\partial x}+y^2\dfrac{\partial^2u}{\partial y^2}=n(n-1)u$. [If $u=f(x,y)$ is a homogeneous function of degree n then show that $x^2\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}+2xy\dfrac{\partial^2u}{\partial y\,\partial x}+y^2\dfrac{\partial^2u}{\partial y^2}=n(n-1)u$.] **[Ch-3: Prob-55]**

(খ) যদি $u=\sin^{-1}(x-y), x=3t, y=4t^3$ হয় তবে চেইন সূত্রের সাহায্যে দেখাও যে, $\dfrac{du}{dt}=\dfrac{3}{\sqrt{1-t^2}}$। [If $u=\sin^{-1}(x-y), x=3t, y=4t^3$, then using chain rule show that, $\dfrac{du}{dt}=\dfrac{3}{\sqrt{1-t^2}}$] **[Ch-3: Prob-50]**

১২। (ক) তিন চলকের ক্ষেত্রে সমমাত্রিক ফাংশনের অয়লারের উপপাদ্য বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Euler's theorem for homogeneous function of three variables.] **[Ch-3: Art-3.9]**

(খ) যদি $u=\tan^{-1}\dfrac{x^3+y^3+z^3}{x+y-z}$ হয়, তবে দেখাও যে, $x\dfrac{\partial u}{\partial x}+y\dfrac{\partial u}{\partial y}+z\dfrac{\partial u}{\partial z}=\sin 2u$। [If $u=\tan^{-1}\dfrac{x^3+y^3+z^3}{x+y-z}$, then prove that, $x\dfrac{\partial u}{\partial x}+y\dfrac{\partial u}{\partial y}+z\dfrac{\partial u}{\partial z}=\sin 2u$.] **[Ch-3: Prob-33]**

১৩। গরিষ্ঠমান এবং লঘিষ্ঠমানের জন্য অনির্ণেয় গুণিতকের ল্যাগ্রাঞ্জ-এর পদ্ধতি ব্যাখ্যা কর। [Example Lagrange's method of undetermined multipliers for maximum and minimum values.] **[Ch-6: Art-6.10]**

১৪। (ক) যদি $x = p\sin\theta\sin\phi, y = p\sin\theta\cos\phi, z = p\cos\theta$ হয়, তবে $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(p,\theta,\phi)}$ নির্ণয় কর। [If $x = p\sin\theta\sin\phi, y = p\sin\theta\cos\phi, z = p\cos\theta$, then find $\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(p,\theta,\phi)}$.] **[Ch-4: Prob-9]**

(খ) মান নির্ণয় কর : $\iint_R e^{\frac{y-x}{y+x}}\,dx\,dy$, যেখানে R হলো $(0,1),(0,2),(2,0)$ এবং $(1,0)$ শীর্ষবিশিষ্ট ট্রাপেজয়েড। [Evaluate $\iint_R e^{\frac{y-x}{y+x}}\,dx\,dy$, where R is the trapezoid with vertices $(0,1),(0,2),(2,0)$ and $(1,0)$.]

[Ch-8: Prob-24]

১৫। (ক) দ্বিযোগজের সাহায্যে $r = 1+\cos\theta$ কার্ডিওয়েডের যে অংশ আদিরেখার উপর অবস্থিত তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [Find by double integration the area of the cardiod $r = 1+\cos\theta$ lying above the initial line.] **[Ch-9: Prob-13]**

(খ) দ্বিযোগজের সাহায্যে $x^2+y^2+z^2 = 9$ গোলকের আয়তন নির্ণয় কর। [Find by double integration, the volume of the sphere $x^2+y^2+z^2 = 9$.] **[Ch-9: Prob-35]**

১৬। (ক) বর্ণনাসহ তিন চলকের শৃঙ্খল (Chain) বিধি প্রমাণ কর। [State and prove the chain rule for a function of three variables.] **[Ch-3: Art-3.11]**

(খ) যদি $z = \frac{x^2y^2}{x+y}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, [If $z = \frac{x^2y^2}{x+y}$, then prove that,]

(i) $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = 3z$ **[Ch-3: Prob-32(i)]**

(ii) $x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2z$ **[Ch-3: Prob-32(ii)]**

১৭। সমতলে গ্রীনের উপপাদ্য বর্ণনা কর এবং $\oint_c(3x^2-8y^2)dx+(4y-6xy)dy$ এর জন্য এর সত্যতা যাচাই কর, যেখানে c হলো $y = \sqrt{x}$ এবং $y = x^2$ দ্বারা

আবদ্ধ এলাকার সীমারেখা। [State Green's theorem in the plane and verify it for $\oint_c(3x^2-8y^2)dx+(4y-6xy)dy$ where c is the bounded of the region enclosed by $y = \sqrt{x}$ and $y = x^2$.]

[Ch-13: Quiz-1, Prob-4]