NUH-2014

ক-বিভাগ

১। (ক) একটি ভেক্টর ফাংশনের ডোমেন কাকে বলে? [What is called domain of a vector function?] **[Ch-1: Quiz-7]**

(খ) $x^2+y^2=16$ বৃত্তের একটি প্যারামিটারযুক্ত সমীকরণ লিখ। [Write a parametric equation of the circle $x^2+y^2=16$.] **[Ch-1: Quiz-26]**

(গ) দুই চলকের সমমাত্রিক ফাংশন বলতে কি বুঝ? [What do you mean by homogeneous function of two variables?] **[Ch-3: Quiz-8]**

(ঘ) দুই ফাংশনের ক্ষেত্রে জ্যাকোবিয়ানের সংজ্ঞা দাও। [Define Jacobean of two functions.] **[Ch-4: Quiz-1]**

(ঙ) সন্ধি বিন্দু কাকে বলে? [What is called critical point?] **[Ch-6: Quiz-7]**

(চ) দুই চলকবিশিষ্ট ফাংশনের অবিচ্ছিন্নতার সংজ্ঞা দাও। [Define continuity of a function of two variables.] **[Ch-3: Quiz-5]**

(ছ) গোলকীয় স্থানাংকে $dx\,dy\,dz$ কত? [What is $dx\,dy\,dz$ in spherical coordinates?] **[Ch-8: Quiz-6]**

(জ) দুই চলকের জন্য ডিরিচলেটের সূত্র লিখ। [Write the Dirichlet's formula for two variables.] **[Ch-10: Quiz-2]**

(ঝ) আয়তাকার স্থানাংকে $\nabla\cdot\mathbf{A}$ এর সংজ্ঞা দাও। [Define $\nabla\cdot\mathbf{A}$ in rectangular coordinates.] **[Ch-11: Quiz-12]**

(ঞ) দুই চলকের ক্ষেত্রে গড়মান উপপাদ্যটি লিখ। [Write the mean value theorem for two variables.] **[Ch-5: Quiz-5]**

(ট) গাউসের ডাইভারজেন্স উপপাদ্য বর্ণনা কর। [State the Gauss's divergence theorem.] **[Ch-13: Quiz-3]**

(ঠ) xy সমতলে সরল আবদ্ধ বক্ররেখা c দ্বারা উৎপন্ন ক্ষেত্রফল কত? [What is the area bounded by a simple closed curve c in the xy plane?] **[Ch-9: Quiz-6]**

খ-বিভাগ

২। বৃত্তাকার হ্যালিক্স এর সমীকরণ, $x=\cos t, y=\sin t, z=t$ হলে $t=\pi$ বিন্দুতে উহার স্পর্শরেখার পরামিতিক সমীকরণ নির্ণয় কর। [Find parametric equations of the tangent line to the circular helix $x=\cos t, y=\sin t, z=t$ at $t=\pi$.] **[Ch-1: Prob-18(d)]**

৩। দেখাও যে, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তের বৃহৎ অক্ষের প্রান্ত বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ উহার উপকেন্দ্রিক লম্বের অর্ধেক। [Show that the radious of curvature of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ at an end point of major axes is half of its latus rectum.] **[Ch-2: Prob-21]**

৪। ধরি, $f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}; \text{যখন } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 \quad ; \text{যখন } (x,y)=(0,0)\end{cases}$ তাহলে দেখাও যে [Let

$f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}; \text{when } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 \quad ; \text{when } (x,y)=(0,0)\end{cases}$. Show that],

$f_{xy}(0,0)\neq f_{yx}(0,0)$ **[Ch-3: Prob-17]**

৫। যদি $u=f(x,y)$ একটি n ঘাতের সমমাত্রিক ফাংশন হয়, তবে দেখাও যে [If $u=f(x,y)$ is a homogeneous function of degree n, then show that],

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2xy\frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial x}+y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=n(n-1)u$$ **[Ch-3: Prob-55]**

৬। যদি $x=r\sin\theta\cos\phi, y=r\sin\theta\sin\phi, z=r\cos\theta$ হয়, তবে দেখাও যে [If $x=r\sin\theta\cos\phi, y=r\sin\theta\sin\phi, z=r\cos\theta$, then show that],

$$\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta,\phi)}=r^2\sin\theta$$ **[Ch-4: Prob-4]**

৭। মান নির্ণয় কর [Evaluate]: $\int_0^a\int_0^{a-x}\int_0^{a-x-y}x^2\,dz\,dy\,dx$ **[Ch-7: Prob-25]**

৮। মান নির্ণয় কর [Evaluate] : $\int_0^1\int_0^{1-x}\int_0^{1-x-y}\frac{dz\,dy\,dx}{(1+x+y)^3}$ **[Ch-7: Prob-35]**

৯। দেখাও যে [Show that], $\nabla\cdot(\nabla\phi)=\nabla^2\phi=\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}$

[Ch-11: Art-11.2(xi)]

গ-বিভাগ

১০। যদি $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$ বক্ররেখা (x,y) বিন্দুতে বক্রতা কেন্দ্র (α,β) হয়, তবে দেখাও যে $\alpha+\beta=3(x+y)$ [If (α,β) be the co-ordinates of center of curvature of the curve $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$ at (x,y) then show that, $\alpha+\beta=3(x+y)$] **[Ch-2: Prob-57]**

১১। যদি $f(x,y)=\begin{cases} x^2\tan^{-1}\frac{y}{x}-y^2\tan^{-1}\frac{x}{y}; \text{যখন } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 \quad ; \text{যখন } (x,y)=(0,0) \end{cases}$ হয়, তবে দেখাও যে [If $f(x,y)=\begin{cases} x^2\tan^{-1}\frac{y}{x}-y^2\tan^{-1}\frac{x}{y}; \text{when } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 \quad ; \text{when } (x,y)=(0,0) \end{cases}$ then show that],

$f_x(0,y)=-y, f_y(x,0)=x$ এবং $f_{xy}(0,0)\neq f_{yx}(0,0)$ **[Ch-3: Prob-19]**

১২। $(0,0)$ বিন্দুর প্রতিবেশে ল্যাগ্রাঞ্জ অবশেষসহ e^{x+y} এর জন্য দুই চলকের টেলর সসীম ধারা নির্ণয় কর। [Find Tailor's finite series with Lagrange's form of remainder of the function e^{x+y} in the neighbourhood of $(0,0)$]

[Ch-5: Prob-4]

১৩। একাধিক চলকবিশিষ্ট ফাংশনের চরমমান বিদ্যমানের প্রয়োজনীয় শর্ত বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [State and prove the necessary condition for existence of extreme values of functions of several variables.] **[Ch-6: Art-6.12]**

১৪। দ্বিযোগজ ব্যবহার করে $x^2+y^2=64a^2$ বৃত্ত এবং $y^2=12ax$ পরাবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষুদ্র অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [Use a double integral to find the area of small portion bounded by the circle $x^2+y^2=64a^2$ and parabola $y^2=12ax$.] **[Ch-9: Prob-9]**

১৫। সিলিন্ডারীয় স্থানাংক ব্যবহার করে $z=\sqrt{25-x^2-y^2}$ অর্ধগোলক, xy সমতল এবং $x^2+y^2=9$ সিলিন্ডার দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় কর। [Use cylindrical co-ordinates to find the volume of the solid bounded by the hemisphere $z=\sqrt{25-x^2-y^2}$, xy plane and the cylinder $x^2+y^2=9$.] **[Ch-9: Prob-47]**

১৬। যদি $\mathbf{A}=4x\mathbf{i}-2y^2\mathbf{j}+z^2\mathbf{k}$ হয়, তবে $x^2+y^2=4, z=0$ এবং $z=3$ দ্বারা আবদ্ধ সিলিন্ডারের ক্ষেত্রে গাউসের ডাইভারজেন্স উপপাদ্যের সত্যতা যাচাই কর। [Verify the Gauss divergence theorem for $\mathbf{A}=4x\mathbf{i}-2y^2\mathbf{j}+z^2\mathbf{k}$ taken over the region bounded by $x^2+y^2=4, z=0$ and $z=3$.]

[Ch-13: Prob-16]

১৭। ষ্টোকসের উপপাদ্য বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [State and prove Stocke's theorem.] **[Ch-13: Art-13.6]**