# NUH-2018

## ক-বিভাগ

১। (ক) $\mathbf{F}(t)=\mathbf{i}\cos t+\mathbf{j}\sin t$ ভেক্টর ফাংশনের ডোমেন কত? [What is the domain of the vector function $\mathbf{F}(t)=\mathbf{i}\cos t+\mathbf{j}\sin t$?]

**উত্তর:** $(-\infty,\infty)$

(খ) $\mathbf{F}(t)$ ভেক্টর ফাংশনের $t=t_0$ বিন্দুতে স্পর্শক রেখার ভেক্টর সমীকরণ লিখ। [Write down the vector equation of tangent line at $t=t_0$ to the vector function $\mathbf{F}(t)$.]

**উত্তর:** $\mathbf{r}=\mathbf{F}(t_0)+t\mathbf{F}'(t_0)$; যেখানে $t$ একটি পরামিতি।

(গ) একটি সরললেখার বক্রতা কত? [What is the curvature of a straight line?]

**উত্তর:** একটি সরলরেখার বক্রতা শূন্য।

(ঘ) মূল বিন্দুতে $y^2=4x$ পরাবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ কত? [What is the equation of the tangent to the parabola $y^2=4x$ at the origin?]

**[Ch-2: Quiz-17]**

(ঙ) পেডাল সমীকরণ কী? [What is Padal Equation?] **[Ch-2: Quiz-22]**

(চ) $u=f\left(\frac{y}{x}\right)$ হলে $\frac{\partial u}{\partial x}$ কত? [If $u=f\left(\frac{y}{x}\right)$, then what is $\frac{\partial u}{\partial x}$?]

**উত্তর:** $u=f\left(\frac{y}{x}\right)\Rightarrow\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}f\left(\frac{y}{x}\right)$

$$=f'\left(\frac{y}{x}\right)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$=f'\left(\frac{y}{x}\right)\left(\frac{y}{-x^2}\right)$$

$$=-\frac{y}{x^2}f'\left(\frac{y}{x}\right)$$



(ছ) $u=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ এর জন্য অয়লার সূত্রটি লিখ। [Write down the Euler's formula for $u=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$.]

**উত্তর:** $u=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ একটি শূন্য মাত্রার সমমাত্রিক ফাংশন এর ক্ষেত্রে অয়লারের সূত্র:

$$x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=n.u$$

$$\Rightarrow x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=0.u \qquad [\because \text{ মাত্রা } n=0]$$

$$\therefore x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}=0$$

(জ) পরম গরিষ্ঠ মান কাকে বলে? [What is the absolute maximum value?]

**[Ch-6: Art-6.11]**

(ঝ) গোলকীয় স্থানাঙ্কে $dx\,dy\,dz$ কত? [What is $dx\,dy\,dz$ is spherical coordinates?] **[Ch-8: Quiz-6]**

(ঞ) সোর্স ফিল্ড কী? [What is source field?] **[Ch-11: Quiz-18]**

(ট) অঘূর্ণনশীল ভেক্টর বলতে কী বুঝ? [What do you mean by irrotational vector?] **[Ch-11: Quiz-6]**

(ঠ) দুই চলকের ক্ষেত্রে টেলর এর উপপাদ্য বর্ণনা কর। [State Taylor's theorem for two variables.] **[Ch-5: Quiz-1]**

## খ-বিভাগ

২। $x=\cos t, y=\sin t, z=t$ বৃত্তাকার হ্যালিক্স $t=0$ এর হতে $t=\pi$ পর্যন্ত চাপ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [Find the arc length of the portion of the circular helix $x=\cos t, y=\sin t, z=t$ from $t=0$ to $t=\pi$.]

**[Ch-1: Prob-27(a)]**

৩। $y=\tan x$ বক্ররেখার $x=\frac{\pi}{4}$ বিন্দুতে বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [Find the radius of curvature at $x=\frac{\pi}{4}$ of the curve $y=\tan x$.] **[Ch-2: Prob-8]**

www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info

৪। দেখাও যে, $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial z}=0$, যেখানে $u=f(y-x, z-y)$। [Show that, $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial z}=0$, where $u=f(y-x, z-y)$.]

**সমাধানঃ** ধরি, $x_1=y-x, x_2=z-y$

$$\therefore u=f(x_1, x_2)$$

$$\therefore \frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial x_1}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial x_2}{\partial x}$$

$$=\frac{\partial u}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial}{\partial x}(y-x)+\frac{\partial u}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial}{\partial x}(z-y)$$

$$=\frac{\partial u}{\partial x_1}\cdot(0-1)+\frac{\partial u}{\partial x_2}\cdot 0$$

$$\therefore \frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{\partial u}{\partial x_1} \qquad (1)$$

আবার, $\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial u}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial x_1}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial x_2}{\partial y}$

$$=\frac{\partial u}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial}{\partial y}(y-x)+\frac{\partial u}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial}{\partial y}(z-y)$$

$$=\frac{\partial u}{\partial x_1}(1-0)+\frac{\partial u}{\partial x_2}(0-1)$$

$$\therefore \frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial u}{\partial x_1}-\frac{\partial u}{\partial x_2} \qquad (2)$$

এবং $\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{\partial u}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial x_1}{\partial z}+\frac{\partial u}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial x_2}{\partial z}$

$$=\frac{\partial u}{\partial x_1}\cdot\frac{\partial}{\partial z}(y-x)+\frac{\partial u}{\partial x_2}\cdot\frac{\partial}{\partial z}(z-y)$$

$$=\frac{\partial u}{\partial x_1}\cdot 0+\frac{\partial u}{\partial x_2}\cdot(1-0)$$

$$\therefore \frac{\partial u}{\partial z}=\frac{\partial u}{\partial x_2} \qquad (3)$$



(1), (2) ও (3) যোগ করে পাই,

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{\partial u}{\partial x_1}-\frac{\partial u}{\partial x_2}+\frac{\partial u}{\partial x_2}=0$$

$$\therefore \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial y}{\partial z}=0$$

৫। $f(x, y)=\begin{cases}\frac{xy^2}{x^2+y^2} & ; (x, y)\neq(0, 0)\\ 0 & ; (x, y)=(0, 0)\end{cases}$ ফাংশনের $(0, 0)$ বিন্দুতে অবিচ্ছিন্নতা যাচাই কর। [Test the continuity of the function $f(x, y)=\begin{cases}\frac{xy^2}{x^2+y^2} & ; (x, y)\neq(0, 0)\\ 0 & ; (x, y)=(0, 0)\end{cases}$ at the point $(0, 0)$.]

**সমাধানঃ** এখানে $f(0, 0)=0$

এখন, $y=mx$ বরাবর $(0, 0)$ বিন্দুতে সীমা বিবেচনা করে পাই,

$$\lim_{(x, y)\to(0, 0)} f(x, y)=\lim_{(x, y)\to(0, 0)}\frac{xy^2}{x^2+y^2}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x(mx)^2}{x^2+(mx)^2}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{m^2x^3}{x^2+m^2x^2}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^2m^2x}{x^2(1+m^2)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{m^2x}{1+m^2}$$

$=0$, $m$ এর যেকোনো মানের জন্য

$$\therefore \lim_{(x, y)\to(0, 0)} f(x, y)=f(0, 0)$$

সুতরাং $(0, 0)$ বিন্দুতে প্রদত্ত ফাংশনটি অবিচ্ছিন্ন।

www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info

৬। $(0,0)$ বিন্দুর প্রতিবেশে ল্যাগ্রাঞ্জ অবশেষসহ $e^{x+y}$ এর জন্য টেলর সসীম ধারা নির্ণয় কর। [Finite Taylor's finite series with Langrange's form of remainder of the function $e^{x+y}$ in the neighbourhood of $(0,0)$.]

**[Ch-5: Prob-4]**

৭। $\int_1^2\int_y^{3y}(3x^2+y^2)dxdy$ এর মান নির্ণয় কর। [Find the value of $\int_1^2\int_y^{3y}(3x^2+y^2)dxdy$.] **[Ch-7: Prob-12]**

৮। প্রমাণ কর যে, $\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{A})=0$ । [Prove that, $\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{A})=0$.]

**[Ch-11: Art-11.2(xiv)]**

৯। $(1,1,1)$ বিন্দুতে $x^2+y^2+z^2=3$ তলের একক অভিলম্ব ভেক্টর নির্ণয় কর। [Find the unit normal vector to the surface $x^2+y^2+z^2=3$ at the point $(1,1,1)$.] **[Ch-11: Prob-64]**

## গ-বিভাগ

১০। $y=x^3+2x^2+x+1$ বক্ররেখার $(0,1)$ বিন্দুতে বক্রতার বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Find the circle fo curvature at $(0,1)$ of the curve $y=x^3+2x^2+x+1$.] **[Ch-2: Prob-62]**

১১। দ্বিযোগজ ব্যবহার করে $x^2+y^2=64$ বৃত্ত এবং $y^2=12x$ পরাবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [Use double integration to find the area bounded by the circle $x^2+y^2=64$ and the parabola $y^2=12x$.]

**সমাধানঃ** দেওয়া আছে, $x^2+y^2=64$ (1)

এবং $y^2=12x$ (2)

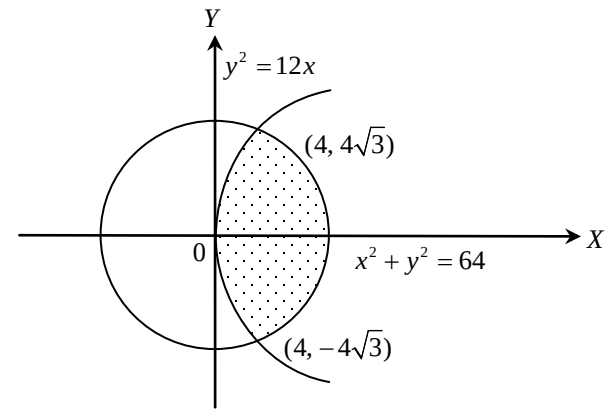
(1) ও (2) হতে পাই,

$$x^2+12x=64$$
$$\Rightarrow x^2+12x-64=0$$
$$\Rightarrow x^2+16x-4x-64=0$$
$$\Rightarrow x(x+16)-4(x+16)=0$$
$$\Rightarrow (x-4)(x+16)=0$$

$\Rightarrow x-4=0$ কিন্তু $x+16\neq 0$ [কেননা $x=-16$ গ্রহণযোগ্য নয়]

$\therefore x=4$






এখন $(2)\Rightarrow y^2=12\cdot 4=48$

$\Rightarrow y=\pm 4\sqrt{3}$

(1) ও (2) এর ছেদবিন্দু $(4,4\sqrt{3})$ ও $(4,-4\sqrt{3})$

এখন, $x^2+y^2=64$

$\Rightarrow x^2=64-y^2$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{64-y^2}$

এবং $y^2=12x$

$\Rightarrow x=\dfrac{y^2}{12}$

সুতরাং উদ্দিষ্ট এলাকা বামে $x=\dfrac{y^2}{12}$, ডানে $x=\sqrt{64-y^2}$, নিচে $y=-4\sqrt{3}$ এবং উপরে $y=4\sqrt{3}$ দ্বারা সীমাবদ্ধ।

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $A=\int_{-4\sqrt{3}}^{4\sqrt{3}}\int_{\frac{y^2}{12}}^{\sqrt{64-y^2}}dx\,dy$

$$=\int_{-4\sqrt{3}}^{4\sqrt{3}}[x]_{\frac{y^2}{12}}^{\sqrt{64-y^2}}dy$$

$$=\int_{-4\sqrt{3}}^{4\sqrt{3}}\left[\sqrt{64-y^2}-\frac{y^2}{12}\right]dy$$

$$=2\int_0^{4\sqrt{3}}\sqrt{8^2-y^2}\,dy-\frac{2}{12}\int_0^{4\sqrt{3}}y^2\,dy$$

$$= 2\left[\frac{y\sqrt{64-y^2}}{2} + \frac{64}{2}\sin^{-1}\left(\frac{y}{8}\right)\right]_0^{4\sqrt{3}} - \frac{1}{6}\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^{4\sqrt{3}}$$

$$= 4\sqrt{3}\sqrt{64-48} + 64\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{18}\times 64\times 3\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}\sqrt{16} + 64\frac{\pi}{3} - \frac{32\sqrt{3}}{3}$$

$$= 16\sqrt{3} - \frac{32\sqrt{3}}{3} + \frac{64\pi}{3}$$

$$= \frac{48\sqrt{3} - 32\sqrt{3}}{3} + \frac{64\pi}{3}$$

$$= \frac{16\sqrt{3}}{3} + \frac{64\pi}{3}$$

$= \frac{16}{3}(\sqrt{3} + 4\pi)$ বর্গ একক ।

১২ । যদি $u = f(x, y)$ একটি $n$ ঘাতের সমমাত্রিক ফাংশন হয় তবে দেখাও যে, $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = n(n-1)u$ । [If $u = f(x, y)$ is a homogeneous function of degree $n$ then show that $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = n(n-1)u$ .] **[Ch-3: Prob-55]**

১৩ । যদি $xyz = a^2(x+y+z)$ হয়, তবে দেখাও যে, $yz + zx + xy$ এর লঘিষ্ঠ মান $9a^2$. [If $xyz = a^2(x+y+z)$ then show that the minimum value of $yz + zx + xy$ is $9a^2$.] **[Ch-6: Prob-18]**

১৪ । সিলিন্ডারীয় স্থানাঙ্ক ব্যবহার করে $\iiint_G z(x^2+y^2)\,dx\,dy\,dz$ এর মান নির্ণয় কর যেখানে $G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \le 1, 2 \le z \le 3\}$ । [Using cylindrical coordinates to evaluate $\iiint_G z(x^2+y^2)\,dx\,dy\,dz$ where $G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \le 1, 2 \le z \le 3\}$ .]

**সমাধানঃ** ধরি, $I = \iiint_G z(x^2+y^2)\,dx\,dy\,dz$ (1)

যেখানে $G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \le 1, 2 \le z \le 3\}$



আমরা জানি, সিলিন্ডারীয় স্থানাঙ্কে,

$$x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta,\ z = z$$

এবং $dx\,dy\,dz = r\,dr\,d\theta\,dz$

$\therefore z(x^2+y^2) = z r^2$

এবং $G = \{(r, \theta, z) : 0 \le r \le 1, 0 \le \theta \le 2\pi, 2 \le z \le 3\}$

এখন (1) হতে পাই,

$$I = \int_2^3\int_0^{2\pi}\int_0^1 z r^2 \cdot r\,dr\,d\theta\,dz$$

$$= \int_2^3\int_0^{2\pi}\int_0^1 r^3 dr\,d\theta\,z\,dz$$

$$= \int_2^3\int_0^{2\pi}\left[\frac{r^4}{4}\right]_0^1 d\theta\,z\,dz$$

$$= \frac{1}{4}\int_2^3 [\theta]_0^{2\pi}\,z\,dz$$

$$= \frac{2\pi}{4}\left[\frac{z^2}{2}\right]_2^3$$

$$= \frac{\pi}{4}(9-4)$$

$$= \frac{5\pi}{4}$$

১৫ । ডিরিচলেটের উপপাদ্য ব্যবহার করে $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{z}{c}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$ ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় কর । [Using Dirichlet's theorem to find the volume of the solid $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{z}{c}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$.] **[Ch-10: Prob-10]**

১৬ । সমতলে গ্রীনের উপপাদ্য বর্ণনাসহ প্রমাণ কর । [State and prove Green's theorem in the plane.] **[Ch-13: Art-13.2]**

১৭ । $2x + 2y + z = 6, x = 0, y = 0$ এবং $z = 0$ দ্বারা সীমাবদ্ধ এলাকায় $\mathbf{A} = (2xy + z)\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} - (x + 3y)\mathbf{k}$ এর জন্য ডাইভারজেন্স উপপাদ্যের সত্যতা যাচাই কর । [Verify the divergence theorem for $\mathbf{A} = (2xy + z)\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} - (x + 3y)\mathbf{k}$ taken oven the region bounded by $2x + 2y + z = 6, x = 0, y = 0, z = 0$ .] **[Ch-13: Prob-19]**

www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info