NUH-2021

ক-বিভাগ

১। (ক) ভেক্টর ফাংশনের অন্তরজের সূত্রটি লিখ। [Write the formula of derivative of a vector function.] **[Ch-1: Art-1.8]**

(খ) যদি $\underline{F}(t) = \underline{i}f(t) + \underline{j}g(t) + \underline{k}h(t)$ একটি ভেক্টর ফাংশন হয়, তবে উহার উপাংশগুলি কী কী? [If $\underline{F}(t) = \underline{i}f(t) + \underline{j}g(t) + \underline{k}h(t)$ is vector function, what are the components of the vector function?]

উত্তর: উপাংশগুলি হলো: $f(t), g(t)$ এবং $h(t)$ ।

(গ) $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ এর পরামিতিক সমীকরণ কী? [What is the parametric equation of $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$?] **[Ch-1: Quiz-28]**

(ঘ) Y -অক্ষের সমান্তরাল বক্রতার জ্যা এর দৈর্ঘ্য কত? [What is the length of chord of curvature parallel to Y -axis?] **[Ch-2: Quiz-15]**

(ঙ) ভেক্টরমান ফাংশনের অন্তরক সহগ লিখ। [Write the differential coefficient of the vector valued function.] **[Ch-1: Art-1.8]**

(চ) $u = \sin\left(\frac{x^2+y^2}{xy}\right)$ ফাংশনের মাত্রা কত? [What is the degree of the function $u = \sin\left(\frac{x^2+y^2}{xy}\right)$?] **[Ch-3: Quiz-29]**

(ছ) দুই চলকের সমমাত্রিক ফাংশনের ক্ষেত্রে অয়লারের সূত্রটি কী? [What is the Euler's theorem for homogeneous function of two variables?] **[Ch-3: Quiz-12]**

(জ) দুইটি ফাংশনের ক্ষেত্রে জ্যাকোবিয়ানের সূত্রটি লিখ। [Write the formula of Jacobian of two functions.] **[Ch-4: Quiz-4]**

(ঝ) $\underline{\nabla}\varphi$ এর পূর্ণাঙ্গ ফরমটি লিখ। [Write full form of $\underline{\nabla}\varphi$.] **[Ch-11: Quiz-2]**

(ঞ) আয়তাকার স্থানাংকে $\underline{\nabla}\cdot\underline{A}$ এর সংজ্ঞা দাও। [Define $\underline{\nabla}\cdot\underline{A}$ in rectangular coordinates.] **[Ch-11: Quiz-12]**

(ট) তিন চলকের ক্ষেত্রে ডিরিচলেটের সূত্রটি লিখ। [Write the Dirichlet's formula for three variables.] **[Ch-10: Quiz-3]**

(ঠ) গাউসের ডাইভারজেন্স উপপাদ্যটি লিখ। [Write the Gauss's divergence theorem.] **[Ch-13: Quiz-3]**

খ-বিভাগ

২। $x = \cos t, y = \sin t, z = t$ বৃত্তাকার হ্যালিক্স এর $t = 0$ হতে $t = \pi$ পর্যন্ত চাপ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [Find the arc length of the portion of circular helix $x = \cos t, y = \sin t, z = t$ from $t = 0$ to $t = \pi$.] **[Ch-1: Prob-27(a)]**

৩। $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 1$ বক্ররেখার $(1, -1)$ বিন্দুতে বক্রতার কেন্দ্র নির্ণয় কর। [Find the centre of curvature at the point $(1, -1)$ of the curve $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 1$.] **[Ch-2: Prob-62 এর অনুরূপ]**

৪। দেখাও যে, $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^4+y^4} & \text{যখন } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{যখন } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ হয়, তবে $f_x(0, 0), f_y(0, 0)$ নির্ণয় কর। [Show that, $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^4+y^4} & \text{when } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{when } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ find $f_x(0, 0)$ and $f_y(0, 0)$.] **[Ch-3: Prob-16]**

৫। মান নির্ণয় কর [Find the value of]: $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} xyz\, dz\, dy\, dx$ **[Ch-7: Prob-33]**

৬। দুইটি চলকের ফাংশনের জন্য টেলরের ধারা বর্ণনা ও প্রমাণ কর। [State and prove Taylor's series for a function of two variables.] **[Ch-5: Art-5.1]**

৭। $u = x^2 - xy + y^2 + 3x - 2y + 1$ ফাংশনটির গুরুমান ও লঘুমান নির্ণয় কর। [Find the maximum and minimum value of the function.] **[Ch-6: Prob-10]**

৮। প্রমাণ কর [Prove that]: $\underline{\nabla}\cdot\underline{\nabla}\varphi = \nabla^2\varphi$ **[Ch-11: Art-11.2(xi)]**

৯। দ্বি-ভিত্তিক ইনটিগ্রালের সাহায্যে $r^2 = a^2 \sin 2\theta$ লেমনেসকেটের একটি ফাঁসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [Using a double integral find the area of a loop of Lemnescate $r^2 = a^2 \sin 2\theta$.] **[Ch-9: Prob-16]**

গ-বিভাগ

১০। (ক) $xy = x^2 + 4$ বক্ররেখার $(2, 4)$ বিন্দুতে বক্রতার কেন্দ্র নির্ণয় কর। [Find the centre of curvature of $xy = x^2 + 4$ at point $(2, 4)$.]

[Ch-2: Prob-60]

(খ) $t^2 = a^2 \cos 2\theta$ বক্ররেখার পোলগামী বক্রতার জ্যা নির্ণয় কর। [Find the chord of curvature through the pole of the curve $t^2 = a^2 \cos 2\theta$.]

[Ch-2: Prob-63]

১১। যদি $f(x, y) = \begin{cases} x^2 \tan^{-1}\frac{y}{x} - y^2 \tan^{-1}\frac{x}{y} & \text{যখন } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{যখন } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ হয়, তবে দেখাও যে, $f_x(0, y) = -y$; $f_y(x, 0) = x$ এবং $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$। [If $f(x, y) = \begin{cases} x^2 \tan^{-1}\frac{y}{x} - y^2 \tan^{-1}\frac{x}{y} & \text{when } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{when } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ Then show that, $f_x(0, y) = -y$ and $f_y(x, 0) = x$ and also show that, $f_{xy}(0, 0) \neq f_{yx}(0, 0)$.] **[Ch-3: Prob-19]**

১২। গোলকীয় স্থানাঙ্ক ব্যবহার করে $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ গোলক এবং $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ কোণক দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় কর। [Use spherical co-ordinates to find the volume of the solid bounded by the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ and the cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.] **[Ch-9: Prob-40]**

১৩। যদি $xyz = a^2(x + y + z)$ হয়, তবে দেখাও যে, $yz + zx + xy$ এর লঘিষ্ঠ মান $9a^2$। [If $xyz = a^2(x + y + z)$, then show that the minimum value of $yz + zx + xy$ is $9a^2$.] **[Ch-6: Prob-18]**

১৪। (ক) প্রমাণ কর যে [Prove that], $\bar{\nabla} \wedge (\varphi \bar{A}) = (\bar{\nabla}\varphi) \wedge \bar{A} + \varphi(\bar{\nabla} \wedge \bar{A})$

[Ch-11: Art-11.2(vii)]

(খ) প্রমাণ কর যে [Prove that], $\bar{\nabla} \cdot (\bar{\nabla} \wedge \bar{A}) = 0$ **[Ch-11: Art-11.2(xiv)]**

১৫। (ক) যদি $u = \tan^{-1}\frac{x + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে [If $u = \tan^{-1}\frac{x + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$, then prove that],

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{4}\sin 2u$$ **[Ch-3: Prob-30]**

(খ) যদি $u = f(x, y)$ ফাংশনটি n ঘাতের সমমাত্রিক ফাংশন হয়, তবে দেখাও যে [If $u = f(x, y)$ is n degree homogeneous function, then show that],

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = n(n-1)u$$ **[Ch-3: Prob-55]**

১৬। ডিরিচলেটের সূত্রটি বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [State and prove Dirichlet's theorem.] **[Ch-10: Art-10.1]**

১৭। স্টোকসের উপপাদ্য বর্ণনাসহ প্রমাণ কর। [State and prove Stoke's theorem.] **[Ch-13: Art-13.6]**