NUH-2019

ক-বিভাগ

১। (ক) সীমামান সমস্যা কাকে বলে? [Define boundary value problem.]
[Ch-1: Quiz-25]

(খ) প্রথম ক্রম ও প্রথম ঘাতের সমমাত্রিক অন্তরক সমীকরণ বলতে কী বুঝ? [What do you mean by first order and first degree homogeneous differential equation?] **[Ch-1: Quiz-27]**

(গ) $\frac{dy}{dx}=\sqrt{y+\frac{d^4y}{dx^4}}$ অন্তরক সমীকরণের ক্রম কত? [What is order of the differential equation $\frac{dy}{dx}=\sqrt{y+\frac{d^4y}{dx^4}}$?] **[Ch-1: Quiz-34]**

(ঘ) ইনটিগ্রেটিং ফ্যাক্টর কী? [What is the integrating factor?]
[Ch-4D: Quiz-5]

(ঙ) ক্লাইরোর সমীকরণ কাকে বলে? [What is called Clairaut's equation?]
[Ch-5: Quiz-10]

(চ) $\frac{1}{D^2-1}e^{2x}$ এর মান কত? [What is the value of $\frac{1}{D^2-1}e^{2x}$?]
[Ch-8B: Quiz-5]

(ছ) Lipschitz's শর্তটি কী? [What is Lipschitz's condition?]
[Ch-3: Quiz-3]

(জ) $y=px$ সরলরেখা হতে গঠিত অন্তরক সমীকরণটি লিখ। [Write the differential equation from the straight line $y=px$.] **[Ch-2: Quiz-3]**

(ঝ) নির্দেশক সমীকরণ কী? [What is indicial equation?]
[Ch-13: Quiz-19]

(ঞ) কমপ্লিমেন্টারী ফাংশন কী? [Define complementary function.]

উত্তর: $f(D)y=0$ অন্তরক সমীকরণের সাধারণ সমাধানকে $f(D)y=X$ অন্তরক সমীকরণের সম্পূরক (Complementary) ফাংশন বলা হয় এবং y_c দ্বারা সূচিত করা হয়।

(ট) লম্ব ট্রাজেক্টরী কী? [What is orthogonal trajectory?] **[Ch-7: Quiz-3]**

(ঠ) লেজেন্ডার অন্তরক সমীকরণটি লিখ। [Write down the Legendre's differential equation?] **[Ch-13: Quiz-18]**

খ-বিভাগ

২। a ও b ধ্রুবক হলে $xy^2=ax+b\ln x$ হতে একটি সাধারণ অন্তরক সমীকরণ গঠন কর এবং যোগাশ্রয়ী কিনা শনাক্ত কর। [If a and b are constants, then form an ordinary differential equation from $xy^2=ax+b\ln x$ and test whether it is linear or not.] **[Ch-2: Prob-15]**

৩। বিদ্যমান ও অনন্য উপপাদ্যটি বর্ণনা কর এবং $\frac{dx}{dt}=\frac{\sqrt{x}}{t}$, $x(1)=0$ এর জন্য একে যাচাই কর। [State existence and uniqueness theorem and examine it for $\frac{dx}{dt}=\frac{\sqrt{x}}{t}$, $x(1)=0$.] **[Ch-3: Th-1, Prob-11]**

৪। সমাধান কর [Solve]: $x\sqrt{1-y^2}\,dx+y\sqrt{1-x^2}\,dy=0$ **[Ch-4A: Prob-7]**

৫। সমাধান কর [Solve]: $(x^2D^2-xD+1)y=\ln x$ **[Ch-8C: Prob-13]**

৬। সমাধান কর [Solve]: $(D^4+4)y=0$ **[Ch-8A: Exercise-16]**

সমাধান: প্রদত্ত অন্তরক সমীকরণ, $(D^4+4)y=0$ (1)

মনে করি, সমীকরণ (1) এর একটি সম্ভাব্য সমাধান $y=e^{mx}$, তাহলে আমরা পাই,

$D^4(e^{mx})+4e^{mx}=0$

বা, $m^4e^{mx}+4e^{mx}=0 \therefore m^4+4=0$

$\therefore$ সহায়ক সমীকরণ: $m^4+4=0$

বা, $(m^2)^2+2.m^2.2+2^2-4m^2=0$

বা, $(m^2+2)^2-(2m)^2=0$

বা, $(m^2+2m+2)(m^2-2m+2)=0$

বা, $m^2+2m+2=0$ এবং $m^2-2m+2=0$

বা, $m^2+2m+1=-1$ এবং $m^2-2m+1=-1$

বা, $(m+1)^2=i^2$ এবং $(m-1)^2=i^2$

বা, $m+1=\pm i$ এবং $m-1=\pm i$

$\therefore m=-1\pm i$ এবং $m=1\pm i$

সুতরাং সাধারণ সমাধান, $y=e^{-x}(A\cos x+B\sin x)+e^x(C\cos x+D\sin x)$

৭। $y=px-\ln p$ এর সাধারণ সমাধান ও ব্যতিক্রমধর্মী সমাধান নির্ণয় কর, যেখানে $p=\frac{dy}{dx}$। [Find the general solution and singular solution of $y=px-\ln p$, where $p=\frac{dy}{dx}$.] **[Ch-5: Prob-20]**

www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info

৮। $r = a(1-\cos\theta)$ বক্ররেখা গোত্রের লম্ব পথজোট নির্ণয় কর। [Find the orthogonal trajectories of the family of curves $r = a(1-\cos\theta)$.]

[Ch-7: Prob-14]

৯। সমাধান কর [Solve]: $(D^3 - D)y = e^x + e^{-x}$ **[Ch-8B: Prob-17]**

গ-বিভাগ

১০। $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ সমীকরণটি প্রকৃত হওয়ার প্রয়োজনীয় ও পর্যাপ্ত শর্ত বর্ণনা কর ও প্রমাণ কর। [State and prove the necessary and sufficient condition for the exactness of the differential equation $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$.] **[Ch-4D: Th-1]**

১১। সমাধান কর [Solve]: (ক) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} + \tan\dfrac{y}{x}$ **[Ch-4B: Prob-15]**

(খ) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x}\ln y = \dfrac{y}{x^2}(\ln y)^2$ **[Ch-4E: Prob-16]**

১২। পরামিতি পরিবর্তন পদ্ধতির সংজ্ঞা দাও। এই পদ্ধতি ব্যবহার করে সমাধান কর [Define the method of variation of parameters. Solve the following differential equation by using this method]:

$$(D^2 + 4)y = 4\tan 2x$$ **[Ch-10: Quiz-10, Prob-5]**

১৩। দেখাও যে, $(x^2 - 1)\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2x\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$ অন্তরক সমীকরণের $y = x^2 + 1$ একটি সমাধান অতঃপর ক্রম হ্রাস করে সমীকরণটি সমাধান কর। [Show that $y = x^2 + 1$ is a solution of $(x^2 - 1)\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2x\dfrac{dy}{dx} + 2y = 0$. Hence solve the equation by reduction order.] **[Ch-9: Prob-1]**

১৪। অনির্ণেয় সহগ পদ্ধতিতে সমাধান কর [Solve by the method of undetermined coefficients]:

$$(D^2 - 2D)y = e^x \sin x$$ **[Ch-11: Prob-31]**

১৫। ফ্রবিনিয়াস পদ্ধতিতে ধারার সমাধান কর [Solve the following differential equation by using Frobinious method]:

$$(2x + x^3)y'' - y' - 6xy = 0$$ **[Ch-13: Prob-8]**

১৬। $x^2 - y^2 = c$ আয়তাকার অধিবৃত্ত গোত্রের লম্ব ট্রাজেক্টরী গোত্র নির্ণয় কর এবং চিত্র অংকন কর। [Find and sketch the orthogonal trajectories of the family of rectangular hyperbolae $x^2 - y^2 = c$.] **[Ch-7: Exercise-1]**

সমাধান: প্রদত্ত আয়তাকার অধিবৃত্ত গোত্রের সমীকরণ,

$$x^2 - y^2 = c \qquad (1)$$

(1) কে x এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে পাই,

$$2x - 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow x - y\frac{dy}{dx} = 0 \qquad (2)$$

এখন (2) এ $\dfrac{dy}{dx}$ এর পরিবর্তে $\left(-\dfrac{dx}{dy}\right)$ বসিয়ে পাই,

$$x - y\left(-\frac{dx}{dy}\right) = 0$$

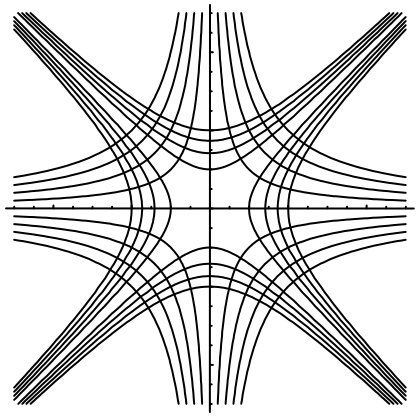
$$\Rightarrow x\,dy + y\,dx = 0$$

$$\Rightarrow d(xy) = 0$$

$$\Rightarrow xy = c_1 \quad \text{[সমাকলন করে]}$$

এটিই নির্ণেয় লম্ব পথজোট।

দ্বিতীয় অংশ:



১৭। ধারায় সমাধান কর [Find the series solution of]:

$$x^2 y_2 - xy_1 + (x^2 + 1)y = 0$$ **[Ch-13: Prob-18]**

---×---

www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info www.scienceview.info